

# 自适应相似图联合优化的多视图聚类

纪 霞<sup>1,2)</sup> 施明远<sup>1)</sup> 周 芃<sup>2)</sup> 姚 晟<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>(安徽大学计算机科学与技术学院 合肥 230601)

<sup>2)</sup>(安徽大学国际脑科学工程研究中心 合肥 230601)

**摘 要** 相比于单一视图学习,多视图学习往往可以获得学习对象更全面的信息,因而在无监督学习领域,多视图聚类受到了研究者的极大关注,其中基于图的多视图聚类,近年来取得了很大的研究进展.基于图的多视图聚类一般是先从各个视图原始数据学习相似图,再进行视图间相似图的融合来获得最终聚类结果,因此,多视图聚类的效果是由相似图质量和相似图融合方法共同决定的.然而,现有基于图的多视图聚类方法几乎都聚焦在视图间相似图的融合方法研究上,而缺乏对相似图本身质量的关注.这些方法大多数都是孤立地从各视图的原始数据中学习相似图,并且在后续图融合过程中保持相似图不变.这样得到的相似图不可避免地包含噪声和冗余信息,进而影响后续的图融合和聚类.而少量考虑相似图质量的研究,要么相似图构造和图融合过程是直接联立迭代的,要么在预定义相似图过程中提前利用秩约束进一步初始化,要么就是利用相似图存在的一些底层结构来获取融合图的.这些方法对相似图本身改进很小,最终聚类性能提升也十分有限.同时现有基于图的多视图聚类流程也缺乏对各视图间一致性和不一致性的综合考虑,这也会严重影响最终的多视图聚类性能.为了避免低质量预定义相似图对聚类结果的不利影响以及综合考虑视图间一致性与不一致性来提升最终聚类效果,本文提出了一种自适应相似图联合优化的多视图聚类方法.首先通过 Hadamard 积来获得视图间高质量一致性部分信息,再将每个预定义相似图和这部分信息对标,重构各个视图的预设相似图.这个过程强化了各视图间的一致性部分,弱化了不一致性部分.其次设计了相似图重构改进和图融合联合迭代优化框架,实现了相似图的自适应改进,最终达到相似图和聚类结果共同提升的效果.该方法将相似图改进过程与图融合过程联合起来进行自适应迭代优化,并且在迭代优化中不断强化各视图间的一致性,弱化视图间的不一致性.此外,本文的方法也集成了现有多视图聚类方法的一些优点,自加权以及无需额外聚类步骤等.在九个基准数据集上与八个对比方法的实验验证了本文方法的有效性与优越性.

**关键词** 多视图聚类;相似图;自适应优化;图融合;自加权

**中图法分类号** TP18 **DOI号** 10.11897/SP.J.1016.2024.00310

## Multi-View Clustering Based on Adaptive Similarity Graph Joint Optimization

Ji Xia<sup>1,2)</sup> Shi Ming-Yuan<sup>1)</sup> Zhou Peng<sup>2)</sup> Yao Sheng<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>(School of Computer Science and Technology, Anhui University, Hefei 230601)

<sup>2)</sup>(International Brain Science Engineering Research Center, Anhui University, Hefei 230601)

**Abstract** Compared to single-view learning, multi-view learning can often obtain more comprehensive information about the learning object. Therefore, in the field of unsupervised learning, multi-view clustering has received great attention from researchers. Among them, graph based multi-view clustering has made great research progress in recent years. Graph based

收稿日期:2023-03-03;在线发布日期:2023-12-05. 本课题得到国家自然科学基金项目(62176001,61806003)、安徽省自然科学基金项目(1908085MF188)、安徽省教育厅自然科学基金重点项目(KJ2020A0041)、安徽省高校优秀青年科学项目(2023AH030004)资助.

纪 霞,博士,副教授,中国计算机学会(CCF)会员,主要研究领域为人工智能、机器学习、智能信息处理. E-mail: jixia@ahu.edu.cn.

施明远,硕士,主要研究方向为多视图聚类和智能信息处理. 周 芃(通信作者),博士,副教授,中国计算机学会(CCF)会员,主要研究

领域为机器学习、数据挖掘、人工智能. E-mail: zhoupeng@ahu.edu.cn. 姚 晟,博士,讲师,主要研究领域为大数据、概念认知. 本文代

码 URL: <https://gitee.com/smy6661/ajo-mvc-code>

multi-view clustering generally involves learning similar graphs from the raw data of each view, and then fusing similar graphs between views to obtain the final clustering result. Therefore, the effectiveness of multi-view clustering is determined by the quality of similar graphs and the fusion method of similar graphs. However, existing graph based multi-view clustering methods almost all focus on the fusion of similar graphs between views, and lack attention to the quality of similar graphs themselves. Most of these methods learn similar graphs in isolation from the raw data of each view, and keep the similar graphs unchanged in the subsequent graph fusion process. The similarity graph obtained in this way inevitably contains noise and redundant information, which in turn affects subsequent graph fusion and clustering. The existing a small amount of studies that consider the quality of similarity graphs either directly iterate the construction of similarity graphs and graph fusion processes, or use rank constraints to further initializes in advance during the predefined similarity graph process, or utilizes some underlying structures of similarity graphs to obtain the fused graph. These methods have very little improvement in the quality of similarity graph, so the final clustering performance improvement is also very limited. At the same time, the existing graph based multi-view clustering process lacks comprehensive consideration of consistency and inconsistency between views, which will also seriously affect the final multi-view clustering performance. In order to avoid the adverse effects of low-quality predefined similarity graphs on clustering results, and to comprehensively consider the consistency and inconsistency between views to improve the final clustering effect, this paper proposes a multi-view clustering method based on adaptive similarity graph joint optimization (AJO-MVC). Firstly, the Hadamard product is used to obtain high-quality consistency information between views, and then the predefined similarity graphs of each view are compared with this information to reconstruct the preset similarity graphs for each view. This process strengthens the consistency between different views and weakens the inconsistency. Secondly, a joint iterative optimization framework for similar graph reconstruction and graph fusion is designed to achieve adaptive improvement of similar graphs, ultimately achieving a joint improvement of similar graphs and clustering results. This AJO-MVC method combines the process of improving similar graphs with the process of graph fusion for adaptive iterative optimization, and continuously strengthens the consistency between views and weakens the inconsistency between views during the iterative optimization. In addition, this AJO-MVC method proposed in this paper also integrates some advantages of existing multi-view clustering methods, such as self-weighting and no need for additional clustering steps. The effectiveness and superiority of our AJO-MVC method have been fully validated through experiments on nine benchmark datasets with eight comparison methods.

**Keywords** multi-view clustering; similar graph; adaptive optimization; graph fusion; self-weighting

## 1 引 言

随着数据采集手段的丰富和互联网的发展,同一对象通常可以从多个角度进行描述和表达,多视图数据大量出现. 相比于单一视图,多视图学习往往可以获得对象更全面的信息. 在无监督学习领域,多视图聚类受到了研究者的极大关注. 现有多视图聚类算法基本上可以分为四类<sup>[1-2]</sup>: 协同学

习<sup>[3-4]</sup>、多核学习<sup>[5-6]</sup>、多视图子空间聚类<sup>[7]</sup>和基于图的多视图聚类<sup>[8]</sup>. 其中基于图的多视图聚类方法因其聚类过程简单直观,是多视图聚类的众多分类中很重要的部分. 本文致力于基于图的多视图聚类研究.

近年来,基于图的多视图聚类受到了广泛关注,并且产生了众多研究成果. 但是现有基于图的多视图聚类方法几乎都聚焦在图融合过程上,而对于图

融合过程的基本元素——预定义相似图缺乏关注。这也是现有方法无法有效学习到多视图信息间潜在联系的原因之一<sup>[9]</sup>。它们都是孤立地构造每个视图的预定义相似图,并且预定义相似图一经产生,此后将不再改变,这是不合理的。最终的聚类效果是由相似图质量和相似图融合方法共同决定的。当面对潜在噪声或低质量数据时,每个视图内构造的相似图不能合理地刻画样本的相似性,这些会直接影响预设相似图的质量,从而影响最终聚类结果。聚类过程中使用固定预设相似图的方法,其聚类性能会受到严重限制。这会导致,当使用不同的初始相似图时,它们的聚类性能差别较大<sup>[10]</sup>。

此外,现有多视图聚类方法几乎都只关注多视图间的一致性,缺乏对于视图间一致性和不一致性的综合考虑<sup>[11-12]</sup>。Nie 等人曾提到,原始数据总是包含噪声和离群点,可以通过考虑多视图一致性来改善因此而导致的不可靠和不准确相似图的情况<sup>[13]</sup>。Liang 等人进一步研究提出,只考虑视图间一致性的思想对此情况的改善效果有限,同时考虑视图间一致性和不一致性才可以进一步削减潜在噪声或低质量数据对相似图质量以及最终聚类结果的影响<sup>[14]</sup>。

综合考虑视图间一致性不一致性的思想在基于图的多视图聚类方向很少被直接提及,但该思想本质其实有被一些多视图聚类方向的算法间接使用,如 Meng 等人<sup>[15]</sup>很早提到当时大多数针对异构数据的聚类算法没有考虑短文本和噪声的表示问题。Xu 等人<sup>[16]</sup>指出以往的工作通常直接在嵌入的特征空间中进行多视图一致性处理,这样的操作会使聚类性能受到限制,而他们的框架改进策略利用所有视图嵌入特征中包含的全局判别信息进行多视图聚类。Hu 等人<sup>[17]</sup>提到的方法考虑了多观点的一致性和互补性。

为了避免低质量预定义相似图对聚类结果的不利影响,以及综合考虑视图间一致性与不一致性来提升最终聚类效果,本文设计了一种自适应相似图联合优化的多视图聚类方法(Multi-View Clustering based on Adaptive similarity graph Joint Optimization)。首先提出了一种可以同时考虑视图间一致性和不一致性来改进相似图质量的方法。具体来讲,通过 Hadamard 积来获得视图间高质量一致性部分信息,再将每个预定义相似图和这部分信息对标,重构各个视图的预设相似图。这个过程强化了各视图间的一致性部分,弱化了不一致性部分。其次设计了相似图重构改进和图融合联合迭代优化框架,实现了

相似图的自适应改进,最终达到相似图和聚类结果共同提升的效果。

总之,本文的贡献点可以概括如下:

(1)基于强化视图间一致性弱化不一致性的思想,提出了利用高质量一致性信息重构改进相似图的方法,使得各个视图的相似图不再是孤立不变的。

(2)设计了相似图改进和图融合联合优化框架,实现相似图的自适应改进。

(3)提出了一种通用的基于图的多视图聚类方法,可以自动加权每个相似图,学习统一图,并直接在统一图上生成最终的聚类。

(4)在九个基准数据集上的实验表明了该聚类方法的有效性,显著优于对比方法。

## 2 相关工作

基于图的多视图聚类通常由两个主要过程组成,第一个过程是相似图构建,主要问题是如何利用原始数据构建可靠相似图。第二个过程是相似图融合,主要问题如何利用各个视图的相似图来获得更可靠的融合图,以及在融合图上得到最终的聚类结果。基于图的多视图聚类基本流程如图 1 所示。

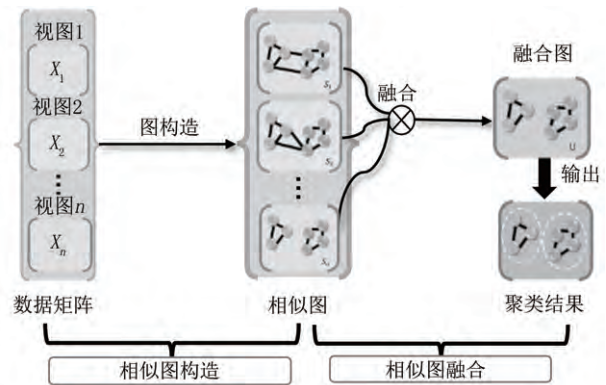


图1 基于图的多视图聚类过程简图

Chaudhuri 和 Niu 等人提出了基于典型相关分析的多视图聚类方法以及冗余谱聚类多视图方法<sup>[7,18]</sup>,这些方法对如何实现多视图聚类做出了初步的探索,不过在图融合过程中没有考虑不同视图的重要性差异。Nie 等人提出了无参自加权多图学习方法,考虑了各个视图的重要性差异,提高了图融合过程的可靠性,但是该方法最后需要额外的聚类步骤才能得到最终聚类结果,效率有待提升<sup>[19]</sup>。随后, Nie 等人进一步设计了一种运用秩约束直接在图融

合过程获得最终聚类结果的自加权多视图聚类方法<sup>[20]</sup>. 而后对于如何更好考虑视图各部分重要性的研究也产生众多方法, Liang 等人利用相似图间的联系提出了一种多视图聚类的统一图形学习框架<sup>[14]</sup>, 该方法可以在一定程度上弱化噪声以及低质量数据, 降低它们对最终聚类性能的影响. 文献<sup>[17]</sup>提出了一种双重加权的多视角聚类方法. Wang 等人开发了几种自加权的基于图的多视图聚类方法<sup>[21-22]</sup>. 这些方法在图融合过程中都考虑了不同视图的重要性差异, 且无需额外的聚类步骤, 解决了之前图融合过程中存在的一些不足, 但这些方法都没有考虑预设相似图本身质量对最终聚类结果的影响.

Wang 等人考虑了初始相似图质量对聚类结果的影响, 设计了一种迭代优化相似图以提高聚类性能的图融合方法<sup>[23]</sup>. Zhan 等人针对于聚类结果高度依赖于预设相似图质量这个问题, 在预定义相似图时就使用一次秩约束来进一步初始化图, 然后再进行图融合<sup>[24]</sup>. 此外, Zhan 等人还提出一些关于多视图数据内在底层结构的假设, 并且借助这些假设设计了相应的聚类方法. 比如多视图聚类的图结构融合<sup>[25]</sup>、多视图共识图聚类<sup>[26]</sup>、多特征多媒体分析的自适应结构发现<sup>[11]</sup>. 但是这些方法, 要么相似图构造和图融合过程是直接联立迭代的, 要么在预定义相似图过程中提前利用秩约束进一步初始化, 要么就是利用相似图存在的一些底层结构来获取融合图的, 对相似图自身的改进较小, 最终聚类性能的提升也十分有限.

针对上述方法所存在的问题, 本文提出了 AJO-MVC 算法. 在后续的实验中, 上述方法将被挑选作为对比方法. 实验结果直观展示了 AJO-MVC 算法对于相似图部分问题进行考虑并优化带来的优

越性, 以及上述基于图的多视图聚类方法存在的问题对聚类性能的影响.

### 3 相似图自适应优化多视图聚类

表 1 给出了本文常用符号, 并对本文后续使用的多视图聚类符号进行描述.

表 1 符号惯例描述

Symbol	Definition
$X$	矩阵
$\mathbf{x}$	向量
$x$	标量
$X_j$	矩阵的第 $j$ 列
$X_{ij}$	矩阵的 $ij$ 项
$\text{Tr}(X)$	$X$ 的迹
$\ X\ _F$	$X$ 的 Frobenius 范数
$x_j$	向量 $\mathbf{x}$ 的第 $j$ 个条目
$\ X\ _p$	$l_p$ -norm
$I$	单位矩阵
$\mathbf{1}$	所有值为 1 的列向量

图 2 给出了本文提出的 AJO-MVC 算法的框架. 算法主要包括两个部分: 相似图构造、联合相似图重构的多图融合. 多图融合具有拉普拉斯秩约束可直接获得聚类结果. 如图 2 所示, 在构造完相似图后, 会联合迭代改进相似图, 同时进行相似图融合, 最后在融合后的相似图上直接生成聚类.

#### 3.1 相似图构造

对于具有  $m$  个视图的多视图数据集, 假设  $X^1, \dots, X^m$  表示这  $m$  个视图,  $X^v = \{x_1^v, \dots, x_n^v\} \in R^{d_v \times n}$  表示第  $v$  个视图的数据, 其中  $d_v$  是第  $v$  个视图的维度,  $n$  是数据点的个数. 对于初始化相似图, 采用文献<sup>[12]</sup>中的数据预处理方法. 数据点

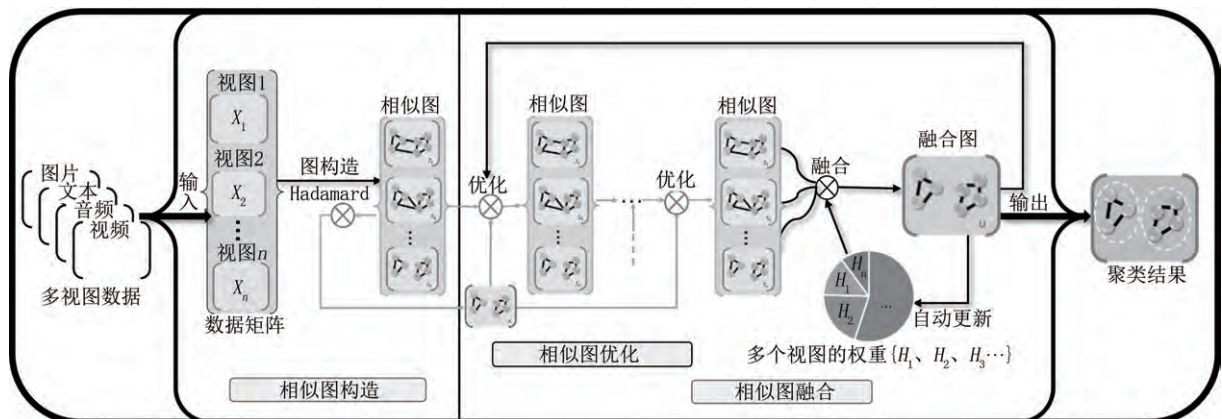


图 2 AJO-MVC 算法框架(图中主要分为两大部分, 前半部分预设相似图, 后半部分为重构改进相似图和图融合联合优化框架)

之间用概率  $s_{ij}$  相连接, 这种概率可以称为数据点间的相似性,  $s_{ij}$  与  $\mathbf{x}_i$  和  $\mathbf{x}_j$  间的距离呈负相关. 这里提前增加标准化  $\mathbf{I}^T \mathbf{s}_i^v = 1$  来进行稀疏约束, 以及为避免平凡解增加惩罚因子一项. 所以概率  $s_{ij}$  可以通过求解以下公式获得:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{S}^v} \sum_{i,j=1}^n \|\mathbf{x}_i^v - \mathbf{x}_j^v\|_2^2 s_{ij}^v + \alpha \sum_{i=1}^n \|\mathbf{s}_i^v\|_2^2 \\ \text{s.t. } \forall v, s_{ii}^v = 0, s_{ij}^v \geq 0, \mathbf{I}^T \mathbf{s}_i^v = 1 \end{aligned} \quad (1)$$

$\{\mathbf{S}^v\}$  表示  $\mathbf{S}^1, \dots, \mathbf{S}^m$ , 表示为每个视图独立构造的相似图. 下面将在图融合过程中对各个视图的相似图进行关联, 同时改进它们.

### 3.2 联合相似图重构改进的多图融合

首先使用 Hadamard 积来提取不同相似图间的高质量的一致性部分信息.

$$\mathbf{G} = \prod_{v=1}^m \mathbf{S}^v \quad (2)$$

$\prod$  表示序列的 Hadamard 积. 所有相似图中的公共边会保留在  $\mathbf{G}$  中, 这部分信息很显然是不同视图间的一致性信息, 并且  $\mathbf{G}$  中完全不存在视图间的不一致性信息, 因此称这里  $\mathbf{G}$  中存放的信息为视图间高质量一致性信息.

接下来利用各个视图的预设相似图和这里  $\mathbf{G}$  中保留的视图间高质量一致性信息进行对标, 重构所有预设相似图内部列值权重. 相似图中列对应为原始高维数据点与其他数据点可能归于同一聚类的可能性信息. 这里通过相似图与  $\mathbf{G}$  对标, 使得更贴近  $\mathbf{G}$  的列将重新获得一个较大的权重  $t_{vj}$ , 而与  $\mathbf{G}$  中信息差别较大的列将获得一个较小的权重  $t_{vj}$ , 这样  $\mathbf{t}_v \in \mathbb{R}^{1 \times n}$  中存放的值即为  $\mathbf{S}^v$  重构所需要的列权重向量. 将所有视图对标后得到的权重向量组成权重矩阵  $\mathbf{T} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ . 然后利用这个权重矩阵实现预设相似图的重构, 强化相似图间一致性, 弱化视图间不一致性信息, 从而实现对相似图的改进. 这里  $t_{vj}$  可以通过下式求得:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{T}} \sum_{v=1}^m \sum_{j=1}^n \|\mathbf{s}_j^v - \mathbf{G}_j\|_2^2 t_{vj} + \partial \sum_{v=1}^m \|\mathbf{t}_v\|_1 \\ \text{s.t. } t_{vj} \geq 0 \end{aligned} \quad (3)$$

将  $t_{vj}$  进行归一化  $\mathbf{I}^T \mathbf{t}_v = 1$ , 同时引入  $\beta$   $\sum_{v=1}^m \sum_{j=1}^n \|t_{vj}\|_2^2$  来避免平凡解. (3) 就变为了以下形式:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{T}} \sum_{v=1}^m \sum_{j=1}^n \|\mathbf{s}_j^v - \mathbf{G}_j\|_2^2 t_{vj} + \beta \sum_{v=1}^m \sum_{j=1}^n \|t_{vj}\|_2^2 \\ \text{s.t. } w_{vj} \geq 0, \mathbf{I}^T \mathbf{t}_v = 1 \end{aligned} \quad (4)$$

求得的所有视图的权重矩阵  $\mathbf{T} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ,  $m$  为相似图个数,  $n$  为相似图维度. 相应的在  $\mathbf{W}$  矩阵中第  $v$

行元素存储的信息对应为  $\mathbf{S}^v$  的所有列新权重. 将权重矩阵  $\mathbf{W}$  按所对应的相似图分配列权重, 再使用原本相似图应有的行约束重新构造为原来规模, 这样就完成了一次相似图的重构以及改进. 求得  $\mathbf{T}$  之后进行的过程用以下形式表示:

$$\mathbf{S}^v = (\forall v, s_{ii}^v = 0, s_{ij}^v \geq 0, \mathbf{I}^T \mathbf{s}_i^v = 1.) (\forall v, j) t_{vj} s_j^v \quad (5)$$

可以看出上述对于相似图改进过程(4)、(5)是可以执行多次的, 而且不同的重构次数带来的最后聚类质量也会有所不同. 为了实现不同数据集的自适应改进, 本文将这个相似图重构优化过程与图融合过程相结合, 在进行图融合的过程同时实现合理次数的图重构迭代改进.

下面是每个视图自加权的模型, 用来找到一个统一的图矩阵  $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ . 利用相似图  $\mathbf{S}^1, \dots, \mathbf{S}^m$  计算统一图矩阵  $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  可以通过解决以下问题实现:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{U}} \sum_{v=1}^m \|\mathbf{U} - \mathbf{S}^v\|_F \\ = \min_{\mathbf{U}} \sum_{v=1}^m \sqrt{\|\mathbf{U} - \mathbf{S}^v\|_F^2} \\ \text{s.t. } u_{ij} \geq 0, \mathbf{I}^T \mathbf{u}_i = 1 \end{aligned} \quad (6)$$

这里的  $W_v$  表示的是第  $v$  个视图的权重. 权重可以通过以下定理自动确定.

**定理 1**<sup>[23]</sup>. 给定  $W_v = \frac{1}{2\sqrt{\|\mathbf{U} - \mathbf{S}^v\|_F^2}}$  公式(6)

等价于求解:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{U}} \sum_{v=1}^m W_v \|\mathbf{U} - \mathbf{S}^v\|_F^2 \\ \text{s.t. } u_{ij} \geq 0, \mathbf{I}^T \mathbf{u}_i = 1 \end{aligned} \quad (7)$$

根据定理 1, 下面我们可直接求解公式(7).

公式(7)还不能直接生成聚类结果, 接下来我们将通过给统一图  $\mathbf{U}$  的 Laplacian 矩阵  $L_U$  添加一个秩约束, 来达到这一目标效果. 如果图矩阵  $\mathbf{U}$  是非负的, 那么有定理 2<sup>[27-28]</sup>:

**定理 2.** 图  $\mathbf{U}$  的 Laplacian 矩阵  $L = L_U$  具有以下性质.

(1)  $L$  是对称半正定矩阵. 因此,  $L$  的所有特征值都是实的和非负的, 并且  $L$  有一整套  $n$  个实的和正交的特征向量.

(2)  $L\mathbf{I} = 0$ , 其中  $\mathbf{I} = [1, \dots, 1]^T$ , 因此 0 是  $L$  的特征值,  $\mathbf{I}$  是相应的特征向量.

(3) 如果  $\mathbf{U}$  有  $r$  个连通分量, 那么  $L$  有  $r$  个等于 0 的特征值.

定理 2 的证明详见文献[28]. 通过定理 2, 可以知道, 如果  $\text{rank}(L_u) = n - c$  同时  $c = r$  时, 相应的  $\mathbf{U}$  可

以直接划分为  $c$  组.

受定理 2 启发, 这里添加秩约束  $\text{rank}(L_u) = n - c$  到公式(7)中. 再根据 Ky Fan's 定理<sup>[29]</sup>, 有

$$\sum_{i=1}^c v_i(L_U) = \min_{H \in \mathbb{R}^{n \times c}, H^T H = I} \text{Tr}(H^T L_U H) \quad (8)$$

这里的  $H = \{h_1, \dots, h_c\}$  是嵌入矩阵. 将(8)放入公式(7)中, 目标函数形式就变为

$$\min_{U, H} \sum_{v=1}^m W_v \|U - S^v\|_F^2 + 2\gamma \text{Tr}(H^T L_U H)$$

$$s.t. s_{ii}^v = 0, s_{ij}^v \geq 0, \mathbf{I}^T s_i^v = 1, u_{ii} \geq 0,$$

$$\mathbf{I}^T u_i = 1, H^T H = I \quad (9)$$

当  $\gamma$  足够大时, 公式(9)的解将保持  $\sum_{i=1}^k v_i(L_U) = 0$ . 在实践中, 当连通分量的数量小于或大于  $c$  时, 我们只需增加或者减少  $\gamma$  的值. 因此, 得到的统一图  $U$  精确的包含了  $c$  个连通分量, 从而将数据点划分为  $c$  个簇.

接下来将相似图重构改进和相似图融合进行联合, 两式组合形成一个新的联合优化框架, 相似图重构改进的操作会在图融合相似图输入开始前进行, 图融合过程一次迭代完成后会根据结果是否满足预期聚类结果来判断需不需要再次进行相似图重构改进. 联合符号我们用  $\oplus$  表示. 结合公式(4)和(9), 多视图的重构和融合通过解决以下公式来实现:

$$\min_T \sum_{v=1}^m \sum_{j=1}^n \|s_j^v - G_j\|_2^2 t_{vj} + \beta \sum_{v=1}^m \sum_{j=1}^n \|t_{vj}\|_2^2$$

$$\oplus \min_{U, H} \sum_{v=1}^m W_v \|U - S^v\|_F^2 + 2\gamma \text{Tr}(H^T L_U H)$$

$$s.t. t_{vj} \geq 0, \mathbf{I}^T t_v = 1, u_{ii} \geq 0, \mathbf{I}^T u_i = 1, H^T H = I \quad (10)$$

这里将相似图重构改进过程和相似图融合过程联合成了一个问题, 两者相互学习得到更好的结果.

## 4 算法优化

### 4.1 公式(1)的优化

对于预设相似图构建的方法, 即公式(1), 可以看出, 公式(1)对于每个数据点  $i$  是独立的, 因此可以将(1)变为如下形式:

$$\min_{s_i^v} \sum_{j=1}^n \|x_i^v - x_j^v\|_2^2 s_{ij}^v + \alpha \|s_i^v\|_2^2$$

$$s.t. s_{ii}^v = 0, s_{ij}^v \geq 0, \mathbf{I}^T s_i^v = 1 \quad (11)$$

公式中的  $\|x_i^v - x_j^v\|_2^2$  用  $d_{ij}$  表示, 并进一步将  $d_i$  表示为一个向量, 它的第  $j$  个元素表示为  $d_{ij}$ . 然后我

们可以将公式(11)用向量形式表示如下:

$$\min_{s_i^v} \|s_i^v + \frac{d_i}{2\alpha}\|_2^2$$

$$s.t. s_{ij}^v \geq 0, \mathbf{I}^T s_i^v = 1 \quad (12)$$

这里需要学习具有  $k$  个非零值的  $s_i^v$ , 其中  $k$  是邻居的数量. 这个问题可以用已有的封闭形式解决<sup>[29]</sup>. 公式(12)的拉格朗日函数可以写为

$$\mathcal{L}(s_i^v, \eta, \rho) = \|s_i^v + \frac{d_i}{2\alpha}\|_2^2 - \eta(\mathbf{I}^T s_i^v - 1) - \rho^T s_i^v \quad (13)$$

根据 Karush-Kuhn-Tucker 条件我们得到公式(13)的最优解:

$$s_{ij}^v = \left( -\frac{d_{ij}}{2\alpha} + \eta \right)_+ \quad (14)$$

令  $d_{i_1}, \dots, d_{i_n}$  为从小到大排列的. 根据约束条件  $\mathbf{I}^T s_i^v = 1$ . 我们有

$$\eta = \frac{2\alpha + \sum_{j=1}^k d_{ij}}{2k\alpha} \quad (15)$$

结合(14)和(15)同时考虑  $s_i^v$  只有  $k$  个非零元素, 我们将最大的  $\alpha$  表示为

$$\alpha = \frac{k}{2} d_{i, k+1} - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k d_{ij} \quad (16)$$

最后可获得  $s_i^v$  的第  $j$  个条目为

$$s_{ij}^v = \begin{cases} \frac{d_{i, k+1} - d_{ij}}{kd_{i, k+1} - \sum_{h=1}^k d_{ih}}, & j \leq k \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (17)$$

然后就可以通过公式(16)初始化  $\alpha$  为每个数据点分配  $k$  个邻居.

### 4.2 公式(10)的优化

由于目标函数中的所有变量都是耦合在一起的, 因此利用交替迭代的算法思想将公式(10)分为三个子问题. 具体更新规则如下:

(1)保持  $U$  和  $H$  固定, 更新  $T$  和  $S$

当  $U$  和  $H$  固定时, 这里只用关注前部分, 后部为常数. 然后有公式(4). 公式(4)对于每个视图  $S^v$  也是相互独立的, 因此对公式(4)可以做以下变式:

$$\min_T \sum_{j=1}^n \|s_j^v - G_j\|_2^2 t_{vj} + \beta \|t_v\|_2^2$$

$$s.t. t_{vj} \geq 0, \mathbf{I}^T t_v = 1 \quad (18)$$

再用  $b_{ij} = \|s_j^v - G_j\|_2^2$ , 并进一步将  $b_i$  表示为一个向量, 它的第  $j$  个元素表示为  $b_{ij}$ . 然后公式(18)就可以变成以下形式:

$$\min_T \|t_v + \frac{b_i}{2\beta}\|_2^2$$

$$s.t. \omega_{vj} \geq 0, \mathbf{I}^T \mathbf{t}_v = 1 \quad (19)$$

这里的问题需要的是不同  $S$  中与  $G$  矩阵更加相似的部分, 需要学习具有  $n-1$  个非零值的权重向量  $\mathbf{t}_v$ , 其中  $n$  为原始  $S$  的维度, 这里对  $S$  中与  $G$  最相似的  $n-1$  个列进行计算权重, 而忽略  $n$  列中与  $S$  最不相似的列. 这里的问题也可以由封闭式解决<sup>[29]</sup>, 在解决公式(19)时可以遵循解决公式(12)的过程, 即  $\beta = \frac{n-1}{2} b_{i,n} - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n-1} b_{ij}$ , 进而直接给出公式(19)中权值矩阵的解

$$t_{vj} = \begin{cases} \frac{b_{i,n} - b_{ij}}{(n-1)b_{i,n} - \sum_{h=1}^{n-1} b_{ih}}, & j \leq n-1, \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (20)$$

在求得权值矩阵  $T$  后, 再带入公式(5)中将相似图  $S$  重构, 权值矩阵  $T$  和相似图就都得到了更新.

(2) 保持  $T$  和  $H$  固定, 更新  $U$  和  $W$

当  $T$  和  $H$  固定时, 优化公式(10)转化为以下形式:

$$\min_U \sum_{v=1}^m \sum_{i,j=1}^n W_v (u_{ij} - s_{ij}^v)^2 + 2\gamma \text{Tr}(H^T L_U H) \quad (21)$$

$$s.t. u_{ij} \geq 0, \mathbf{I}^T \mathbf{u}_i = 1$$

因为  $\text{Tr}(H^T L_U H) = \frac{1}{2} \sum_{i,j} \|h_i - h_j\|_2^2 u_{ij}$ , 公式(21)就可表示为

$$\min_U \sum_{v=1}^m \sum_{i,j=1}^n W_v (u_{ij} - s_{ij}^v)^2 + \gamma \sum_{i,j=1}^n \|h_i - h_j\|_2^2 u_{ij} \quad (22)$$

$$s.t. u_{ij} \geq 0, \mathbf{I}^T \mathbf{u}_i = 1$$

和之前的  $b_{ij}$  与  $b_i$  一样, 我们表示  $p_{ij} = \|h_i - h_j\|_2^2$ , 同时将  $p_i$  表示为向量, 它的第  $j$  个元素表示就为  $p_{ij}$ . 然后公式(22)就可以变形为

$$\min_{u_i} \sum_{v=1}^m \|u_i - s_i^v + \frac{\gamma}{2mH_v} p_i\|_2^2 \quad (23)$$

$$s.t. u_{ij} \geq 0, \mathbf{I}^T \mathbf{u}_i = 1$$

这个公式(23)的解和公式(12)相同.

在求得  $U$  之后, 再带入定理1中将相似图权重  $W$  进行更新.

(3) 保持  $T$  和  $U$  固定, 更新  $H$

在  $T$  和  $U$  固定的情况下, 优化  $H$  就变为了解决下面的公式:

$$\min_H \text{Tr}(H^T L_U H) \quad (24)$$

$$s.t. H^T H = I$$

通过文献[29]中对于图的 Laplacian 矩阵的研究可以知道, 公式(24)的  $H$  最优解由  $L_U$  的  $c$  个最小特征值对应的  $c$  个特征向量所构成.

算法1给出了问题(10)以及对应的三个子问题的解决过程. 算法1利用三个子问题学习得到的统一图具有  $c$  个连通分量, 这些分量就是最终的簇.

**算法1.** 相似图重构与融合算法

输入: 初始化的相似图  $S^1, \dots, S^m$ , 集群的数量  $c$ , 和初始化参数  $\gamma$ .

输出: 学习的融合图  $U$ .

```

1 BEGIN
2   为每个视图初始化权重  $W_v = 1/m$ ;
3   通过  $S^1, \dots, S^m$  和  $W_v$  初始化  $U, H$  由式(24)
   获取;
4   WHILE 实现秩约束或达到最大迭代次数 do
5     固定  $H$  和  $U$ , 通过使用公式(20) 和 (5)
     更新  $T$  和  $S$ .
6     固定  $T$  和  $H$ , 通过使用公式(23) 和定
     理1更新  $U$  和  $W$ ;
7     固定  $T$  和  $U$ , 更新  $H$ , 它由对应于  $L_U$  的
      $c$  个最小特征向量构成.
8   END
9   END

```

初始化相似图的时间复杂度为  $O(mnk d)$ , 其中  $k$  是邻居的个数,  $m$  是视图个数,  $d$  是  $m$  个视图中最大的特征数. 更新  $T$  和  $S$  的时间复杂度为  $O(mnk)$ . 更新权重  $U$  和  $W$  的时间复杂度为  $O(mn^2)$ . 更新  $H$  的时间复杂度为  $O(cn^2)$ ,  $c$  是簇的个数. 在更新  $t$  次后停止, 则总体时间复杂度为

$$O(mnk d + (mnk + mn^2 + cn^2)t)$$

实际上  $t, m, k$  和  $d$  都远远小于  $n$ , 因此该算法不会增加基于图的聚类的时间复杂度, 即  $O(n^3)$ .

而空间复杂度则主要为构造的预设相似图和  $G$ , 即为  $O((m+1)n^2)$ .

## 5 实验结果与分析

在本节中首先通过一个人工数据集来直观展示本文 AJO-MVC 算法的执行效果, 然后再进一步用九个真实数据集来评估算法的聚类性能. 实验环境是 AMD R7-5800H 处理器、16 GB 内存、Windows 11 操作系统和 MATLAB R2016a 开发平台. 对于 AJO-MVC, 我们根据经验将  $K$  设置为 15, 这也是很多方法的默认设置. 参数  $\gamma$  初始值设置为 1, 该值在每个数据集的聚类过程中自动调优, 在每次迭代过程中, 如果  $U$  的连通分量小于(或者大于)数据集的簇数则将  $\gamma$  设置为原先二分之一(或者二倍). 这样的设置方法也是秩约束算法的常用设置. 同时需

要说明的是为了保证实验的公平性,以上两参数设置与大多数未特意声明的对比方法一致. 对比方法的参数设置均采用了原作者的设置或公开代码中的默认设置,各对比算法的代码也都是由原作者所提供.

### 5.1 人工数据实验

TwoMoon人工数据集中每个视图都会生成一个月亮图案,每个图分为上月亮和下月亮. 实验中,我们添加了0.12%的随机高斯噪声. 实验结果如图3所示.

图3(a)和图3(e)是两个视图的原始数据,图3(b)与图3(f)是这两个视图原始数据对应的初始相似图,可以看到上下月亮中都有不同类别的数据点相连接,很难分离. 图3(c)与图3(g)为采用算法1改进后得到的相似图,对比图3(b)与图3(f)的原始相似图,可以发现一些不同类间相连接的边已被删除(弱化)了,而一些共同的边会被保留,并且其中一部分会被加强. 这表明了算法1对相似图的改进作用. 最后通过融合图很好地分离了两个月亮,如图3(d)与图3(h)所示.

### 5.2 真实数据实验

为了从统计意义上展示本文提出的AJO-MVC多视图聚类方法的性能改进效果,实验在九个真实的基准数据集上进行,与八个对比方法进行比较.

八个对比方法分别是SFMC<sup>[22]</sup>(2022)、MSGL<sup>[30]</sup>(2021)、GMC<sup>[23]</sup>(2020)、GBS-ko<sup>[21]</sup>(2019)、ASMV<sup>[11]</sup>(2018)、MVGL<sup>[24]</sup>(2018)、MCGC<sup>[26]</sup>(2019)和CONAN<sup>[31]</sup>(2021). 为了增加实验性能比较的多样性,对比方法CONAN为近几年的深度聚类方向算法.

表2为数据集的具体描述,这些数据集来源于众多不同领域,数量与维度丰富,包含广泛视图数. 实验中采用精确度(ACC)、归一化互信息(NMI)、

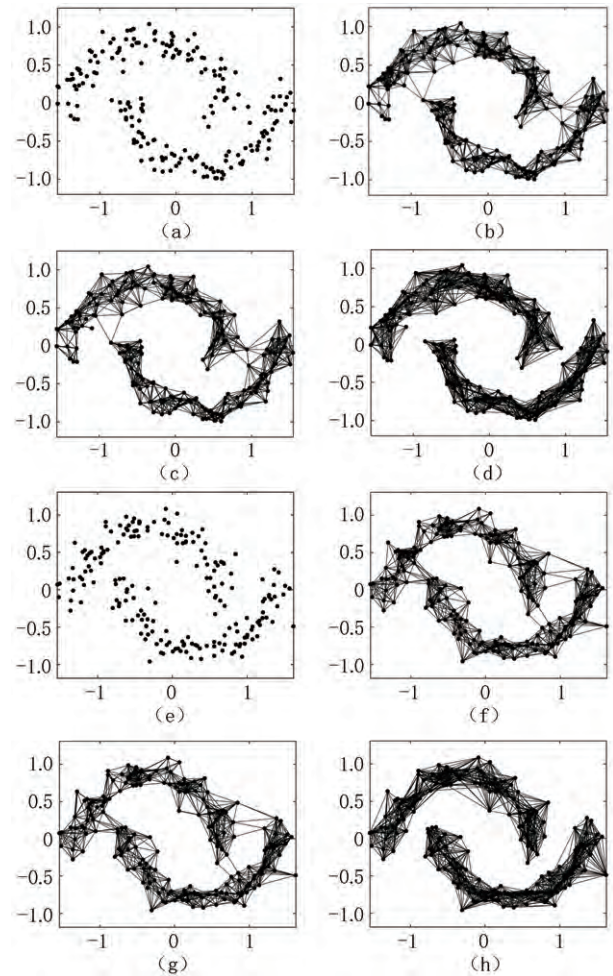


图3 AJO-MVC在TwoMoon数据集上的实验结果

调整后的兰德指数(ARI)以及F-score四个指标衡量聚类的性能. 为了避免随机性对实验结果的影响,将每个算法运行10次,最终报告相关指标的平均值和标准差.

表3~表6中展示了各对比方法在真实数据集上的结果,括号中的数字为标准偏差. 通过表格的观察,我们得出以下结果:

(1)本文提出的AJO-MVC方法明显优于所有

表2 基准数据集的简要信息

数据集	样本	视图	簇	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	$d_5$	$d_6$	来源
HW	2000	6	10	216	76	64	6	240	47	UCI存储库
HW2sources	2000	2	10	784	256	-	-	-	-	MNIST、USPS手写数字
100leaves	1600	3	100	64	64	64	-	-	-	100种植物相关信息样本
NGs	500	3	5	2000	2000	2000	-	-	-	500个新闻组文档组成
BBC	685	4	5	4659	4633	4665	4684	-	-	BBC新闻网站收集的685份文件组成
BBCSport	544	2	5	3183	3203	-	-	-	-	BBC体育网站收集的544份文件组成
3sources	169	3	6	3560	3631	3068	-	-	-	BBC、路透社和《卫报》报道的169条新闻组成
Hdigit	10 000	2	10	784	256	-	-	-	-	MNIST、USPS手写数字
ALOI_100	10 800	3	100	77	13	64	-	-	-	各种光照和旋转角度下拍摄照片



对比方法. 在所有数据集的四个指标上都具有最佳聚类性能. 这样的结果很清晰地表明了本文 AJO-MVC 方法是一种有效的多视图聚类方法. 证明了本文的算法框架确实可以提升最终聚类性能.

(2) 与没有做相似图改进的 GBS-ko 和 MSGL 相比, 本文增加相似图改进的 AJO-MVC 算法聚类性能更好. 实验结果是符合预期的, 这印证了本文引言部分对预设相似图存在问题的分析. 本文基于强化视图间一致性、弱化不一致性的思想, 提出了利

用高质量一致性信息重构改进相似图的方法, 使得各个视图的相似图不再是孤立不变的. 实验结果表明, 这种优化相似图的做法确实是有效的.

(3) 与同样是提高相似图质量的方法 MVGL、GMC、ASMV 相比, 实验结果表明本文 AJO-MVC 方法对于相似图改进的有效性和优越性. 这得益于我们设计的可实现自适应改进相似图的联合优化框架, 以及可自加权且无需额外聚类步骤的先进做法.

表 3 各对比方法在九个真实数据集上 ACC 的性能比较

ACC(%)	GBS-ko	GMC	MVGL	ASMV	MSGL	SFMC	MCGC	CONAN	AJO-MVC
3sources	69.23 (0.00)	69.23 (0.00)	30.77 (0.00)	33.73 (0.00)	34.50 (1.81)	36.09 (0.00)	30.12 (0.19)	29.41 (3.13)	<b>69.82 (0.00)</b>
BBC	69.34 (0.00)	69.34 (0.00)	35.04 (0.00)	33.72 (0.00)	32.34 (1.35)	33.28 (0.00)	32.85 (0.00)	- . - (- . -)	<b>72.26 (0.00)</b>
BBCSport	80.70 (0.00)	80.70 (0.00)	39.15 (0.00)	39.28 (0.27)	35.20 (1.30)	36.03 (0.00)	38.05 (0.00)	- . - (- . -)	<b>81.25 (0.00)</b>
HW	88.10 (0.00)	88.20 (0.00)	85.30 (0.00)	70.13 (2.45)	67.53 (4.50)	74.15 (0.00)	<b>97.10 (0.00)</b>	65.42 (6.68)	88.25 (0.00)
HW2sources	99.40 (0.00)	99.40 (0.00)	97.95 (0.00)	74.20 (0.00)	69.53 (7.82)	97.90 (0.00)	39.55 (0.00)	37.26 (7.31)	<b>99.50 (0.00)</b>
NGs	98.20 (0.00)	98.20 (0.00)	22.80 (0.00)	22.80 (0.41)	21.86 (3.10)	20.60 (0.00)	23.80 (0.00)	33.42 (1.64)	<b>98.60 (0.00)</b>
100leaves	82.44 (0.00)	82.37 (0.00)	81.06 (0.00)	79.06 (0.10)	- . - (- . -)	70.88 (0.00)	74.26 (0.93)	19.39 (1.33)	<b>82.56 (0.00)</b>
Hdigit	99.81 (0.00)	99.81 (0.00)	99.58 (0.00)	75.19 (0.00)	- . - (- . -)	99.24 (0.00)	42.64 (0.00)	66.87 (9.86)	<b>99.87 (0.00)</b>
ALOI_100	65.71 (0.00)	65.16 (0.00)	45.47 (0.00)	39.44 (0.15)	14.63 (1.68)	62.96 (0.00)	25.30 (0.00)	13.66 (1.56)	<b>67.03 (0.00)</b>
Average	83.66 (0.00)	83.60 (0.00)	59.68 (0.00)	51.95 (0.37)	39.37 (3.08)	59.01 (0.00)	44.86 (0.12)	38.82 (4.61)	<b>84.34 (0.00)</b>

表 4 各对比方法在九个真实数据集上 NMI 的性能比较

NMI(%)	GBS-ko	GMC	MVGL	ASMV	MSGL	SFMC	MCGC	CONAN	AJO-MVC
3sources	62.16 (0.00)	62.16 (0.00)	10.34 (0.00)	8.96 (0.00)	6.67 (1.97)	12.28 (0.00)	7.50 (0.02)	7.81 (1.20)	<b>64.39 (0.00)</b>
BBC	56.28 (0.00)	56.28 (0.00)	6.62 (0.00)	3.48 (0.00)	1.40 (0.27)	2.77 (0.00)	1.12 (0.00)	- . - (- . -)	<b>61.14 (0.00)</b>
BBCSport	76.00 (0.00)	76.00 (0.00)	8.85 (0.00)	10.85 (1.90)	0.91 (0.16)	2.39 (0.00)	3.81 (0.00)	- . - (- . -)	<b>76.92 (0.00)</b>
HW	90.11 (0.00)	90.50 (0.00)	90.55 (0.00)	72.29 (0.66)	71.43 (2.70)	84.22 (0.00)	<b>93.31 (0.00)</b>	63.89 (5.27)	90.73 (0.00)
HW2sources	98.53 (0.00)	98.53 (0.00)	95.00 (0.00)	87.38 (0.01)	63.97 (3.82)	94.84 (0.00)	47.26 (0.00)	27.61 (6.95)	<b>98.76 (0.00)</b>
NGs	93.92 (0.00)	93.92 (0.00)	7.54 (0.00)	6.62 (0.73)	3.30 (3.67)	1.55 (0.00)	4.11 (0.00)	8.47 (1.43)	<b>95.31 (0.00)</b>
100leaves	93.43 (0.00)	92.92 (0.00)	90.09 (0.00)	90.09 (0.02)	- . - (- . -)	86.33 (0.00)	83.69 (0.51)	48.21 (1.40)	<b>93.57 (0.00)</b>
Hdigit	99.39 (0.00)	99.39 (0.00)	98.66 (0.00)	89.32 (0.01)	- . - (- . -)	97.63 (0.00)	47.34 (0.00)	68.80 (9.46)	<b>99.57 (0.00)</b>
ALOI_100	75.59 (0.00)	76.08 (0.00)	61.46 (0.00)	61.75 (0.24)	38.64 (1.79)	74.13 (0.00)	35.89 (0.00)	40.94 (0.52)	<b>76.12 (0.00)</b>
Average	82.83 (0.00)	82.86 (0.00)	52.13 (0.00)	47.86 (0.40)	26.62 (2.05)	50.68 (0.00)	36.01 (0.06)	38.01 (3.87)	<b>84.06 (0.00)</b>

表 5 各对比方法在九个真实数据集上 ARI 的性能比较

ARI(%)	GBS-ko	GMC	MVGL	ASMV	MSGL	SFMC	MCGC	CONAN	AJO-MVC
3sources	44.31 (0.00)	44.31 (0.00)	-3.38 (0.00)	-2.11 (0.00)	3.07 (2.19)	3.75 (0.00)	-3.76 (0.06)	2.36 (1.25)	<b>46.28 (0.00)</b>
BBC	47.89 (0.00)	47.89 (0.00)	0.24 (0.00)	0.18 (0.00)	0.07 (0.43)	0.37 (0.00)	-0.22 (0.00)	- . - (- . -)	<b>50.94 (0.00)</b>
BBCSport	72.18 (0.00)	72.18 (0.00)	1.89 (0.00)	2.75 (0.69)	2.60 (0.28)	0.51 (0.00)	1.70 (0.00)	- . - (- . -)	<b>73.99 (0.00)</b>
HW	84.99 (0.00)	85.02 (0.00)	83.13 (0.00)	57.46 (2.70)	59.25 (4.58)	62.55 (0.00)	<b>93.64 (0.00)</b>	50.60 (7.33)	85.44 (0.00)
HW2sources	98.67 (0.00)	98.67 (0.00)	95.51 (0.00)	74.34 (0.02)	51.98 (6.81)	95.37 (0.00)	32.88 (0.00)	18.58 (6.57)	<b>98.89 (0.00)</b>
NGs	95.54 (0.00)	95.54 (0.00)	0.25 (0.00)	0.28 (0.07)	0.58 (1.37)	0.00 (0.00)	0.32 (0.00)	6.01 (1.09)	<b>96.54 (0.00)</b>
100leaves	57.11 (0.00)	49.74 (0.00)	51.55 (0.00)	61.04 (0.38)	- . - (- . -)	34.54 (0.00)	40.67 (1.91)	5.99 (1.04)	<b>57.59 (0.00)</b>
Hdigit	99.58 (0.00)	99.58 (0.00)	99.07 (0.00)	76.19 (0.00)	- . - (- . -)	98.32 (0.00)	33.32 (0.00)	56.36 (11.86)	<b>99.71 (0.00)</b>
ALOI_100	9.67 (0.00)	10.27 (0.00)	2.78 (0.00)	3.58 (0.10)	7.41 (0.92)	9.44 (0.00)	2.58 (0.00)	8.08 (1.44)	<b>10.40 (0.00)</b>
Average	67.78 (0.00)	67.03 (0.00)	36.78 (0.00)	30.42 (0.44)	17.85 (2.37)	33.88 (0.00)	22.35 (0.22)	21.62 (4.48)	<b>68.86 (0.00)</b>

表6 各对比方法在九个真实数据集上 F-score 的性能比较

F-score(%)	GBS-ko	GMC	MVGL	ASMV	MSGL	SFMC	MCGC	CONAN	AJO-MVC
3sources	60.47 (0.00)	60.47 (0.00)	34.17 (0.00)	35.28 (0.00)	37.48 (6.88)	39.46 (0.00)	33.71 (0.04)	17.69 (2.37)	<b>61.81 (0.00)</b>
BBC	63.33 (0.00)	63.33 (0.00)	37.49 (0.00)	37.81 (0.00)	36.87 (1.92)	38.06 (0.00)	37.65 (0.00)	- . - (- . -)	<b>65.30 (0.00)</b>
BBCSport	79.43 (0.00)	79.43 (0.00)	39.07 (0.00)	39.41 (0.32)	37.91 (2.02)	38.70 (0.00)	39.15 (0.00)	- . - (- . -)	<b>80.76 (0.00)</b>
HW	86.54 (0.00)	86.58 (0.00)	84.93 (0.00)	62.24 (2.24)	63.73 (3.99)	67.25 (0.00)	<b>94.28 (0.00)</b>	12.30 (11.36)	86.95 (0.00)
HW2sources	98.80 (0.00)	98.80 (0.00)	95.95 (0.00)	77.23 (0.02)	57.13 (5.91)	95.83 (0.00)	43.20 (0.00)	10.80 (4.58)	<b>99.00 (0.00)</b>
NGs	96.43 (0.00)	96.43 (0.00)	32.80 (0.00)	32.72 (0.05)	33.05 (0.44)	33.02 (0.00)	32.87 (0.00)	13.34 (3.24)	<b>97.22 (0.00)</b>
100leaves	57.65 (0.00)	50.42 (0.00)	52.17 (0.00)	62.55 (0.38)	- . - (- . -)	33.45 (0.00)	41.48 (1.87)	0.94 (0.43)	<b>58.12 (0.00)</b>
Hdigit	99.62 (0.00)	99.62 (0.00)	99.16 (0.00)	78.91 (0.00)	- . - (- . -)	98.49 (0.00)	43.40 (0.00)	9.75 (9.46)	<b>99.74 (0.00)</b>
ALOI_100	11.30 (0.00)	11.89 (0.00)	4.64 (0.00)	5.41 (0.10)	8.55 (0.84)	11.07 (0.00)	4.45 (0.00)	0.71 (0.39)	<b>12.00 (0.00)</b>
Average	72.62 (0.00)	71.89 (0.00)	53.38 (0.00)	47.95 (0.35)	39.25 (3.14)	50.81 (0.00)	41.13 (0.21)	9.36 (4.55)	<b>73.43 (0.00)</b>

(4)与没有考虑相似图间一致性与不一致性的方法 GBS-ko、MSGL、MVGL、GMC、ASMV 和 SFMC 相比,本文 AJO-MVC 方法取得了更好的聚类结果. 可以明显看出综合考虑视图间一致性与不一致性的思想后,改进了最后参与图融合过程的相似图质量,可以有效提升聚类效果.

### 5.3 消融实验

为了进一步演示 AJO-MVC 算法如何提高聚类性能,创建了两种 AJO-MVC 变体,如下所示:

(1)取消相似图重构改进过程. 学习统一矩阵后不会返回更新权值矩阵,以及不会重构改进每个相似图,即删除算法 1 的步骤 5,用 AJO-MVC-G 表示.

(2)取消联合迭代优化框架. 让利用权值矩阵改进重构相似图过程不依靠融合图的迭代学习,即

将算法 1 中的步骤 5 放置于迭代未开始前,用 AJO-MVC-S 表示.

篇幅所限,这里仅使用四个数据集进行效果展示,以下得到的实验结论对于其他四个数据集也同样适用.

从图 4(a)、(b)、(c)、(d)中可以明显看出我们的 AJO-MVC 方法是要显著优于其两个变体的. 在全部数据集的四个指标上,AJO-MVC 算法性能均优于变体 1,可知本文设计的重构相似图方法对于相似图质量的改进,以及随后聚类质量的提升是明确有效的. 在全部数据集的四个指标上,本文 AJO-MVC 算法性能同样是均优于变体 2,证明本文将重构相似图过程和图融合过程进行联合学习,能够更好地改进相似图以获得更好的聚类结果,联合学习优化步骤是合理有效的.

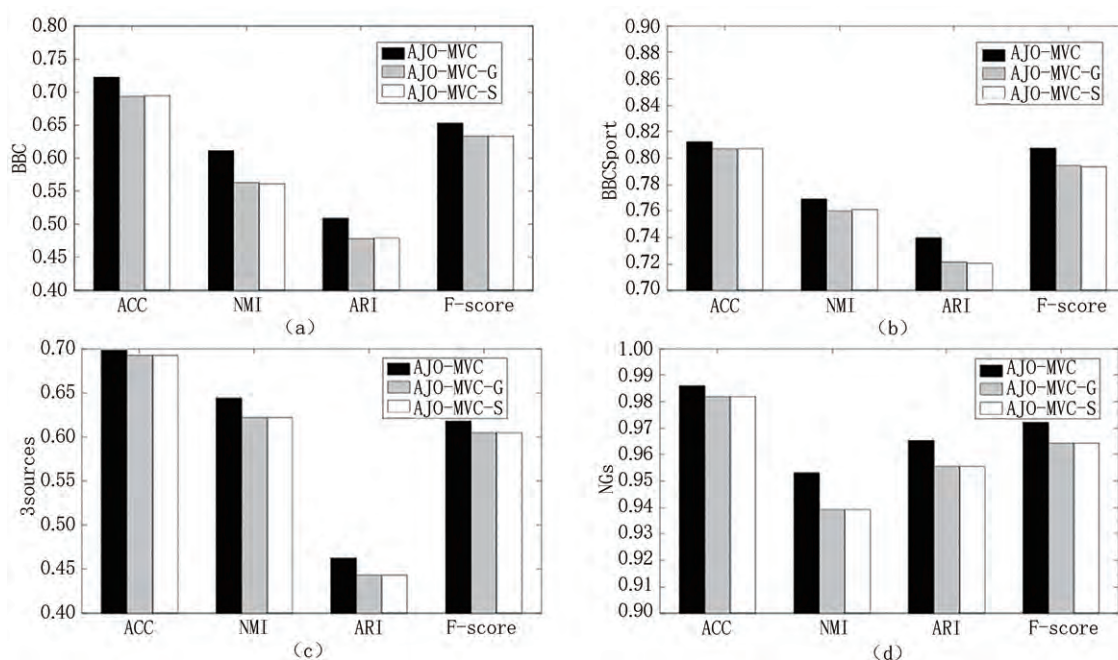


图4 AJO-MVC 及其变体的性能比较

### 5.4 收敛分析

公式(10)不是一个凸优化问题,因此获得最优解是一个开放问题. 本文利用交替算法1解决公式(10).  $H$ 、 $U$ 、 $T$ 闭式解,可以让目标函数单调下降.  $S$ 根据公式(5)直接利用  $T$ 构造的,不一定能保证目标

函数单调下降. 但是实验表明,如图5,我们的算法在实际中可以收敛,并且收敛速度很快,通常在10次左右收敛.

图5显示 AJO-MVC方法在八个数据集上的收敛曲线,X轴和Y轴分别表示目标函数的迭代次数和值.

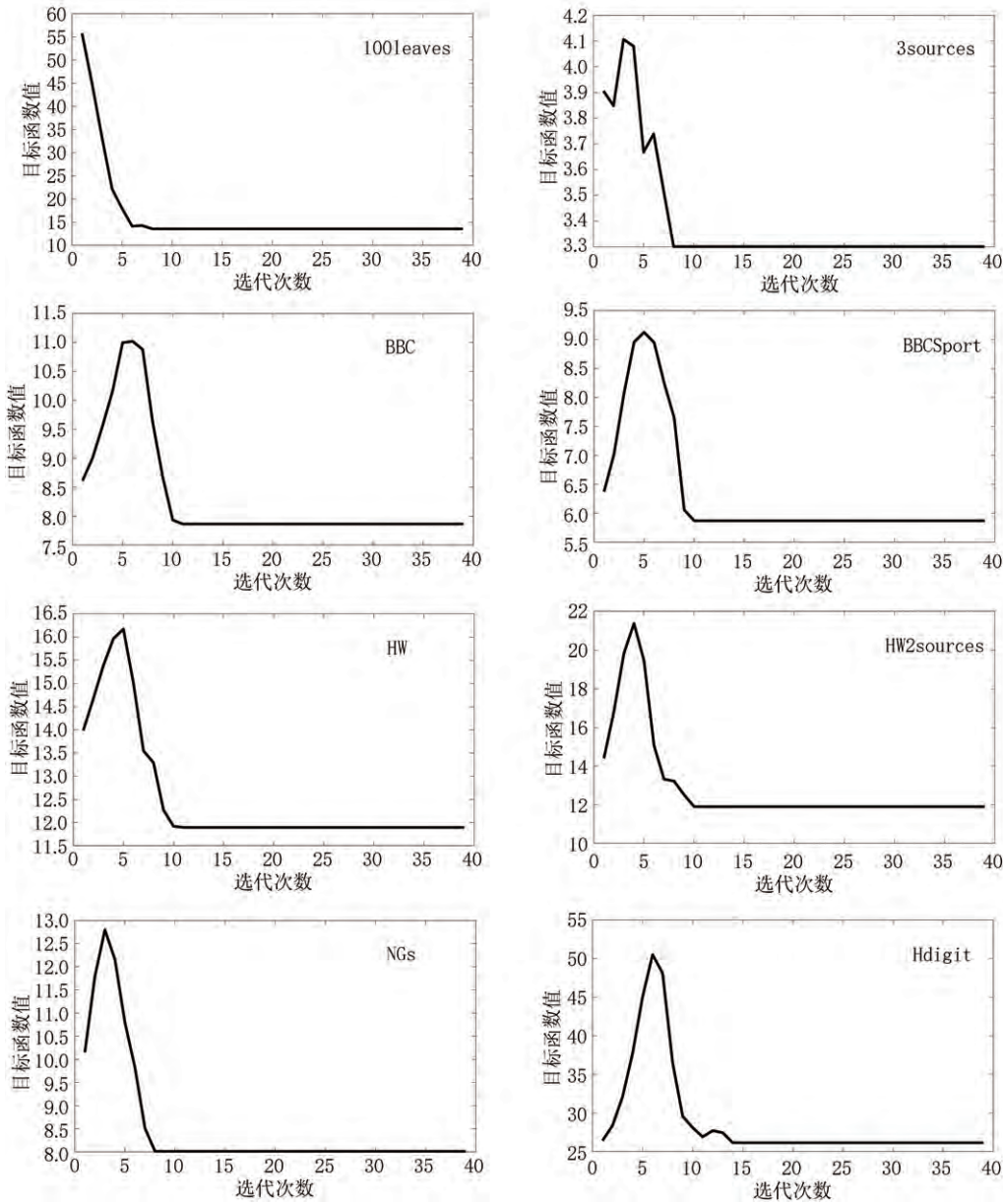


图5 不同数据集上的收敛曲线

## 6 结 论

本文提出了一种新的名为 AJO-MVC 的自适应联合优化的多视图聚类方法. AJO-MVC在相似图初始化之后,会在图融合过程中进行多次的相似图重构改进. 相似图与图融合联合迭代优化有效提升了相似图的质量和最终的聚类效果. 在人工数

据集和九个真实数据集上的实验结果证明了 AJO-MVC方法的有效性和优越性.

### 参 考 文 献

[1] Chao G, Sun S, Bi J. A survey on multiview clustering. IEEE Transactions on Artificial Intelligence, 2021, 2(2): 146-168  
 [2] Yang Y, Wang H. Multi-view clustering: A survey. Big Data

- Mining and Analytics, 2018, 1(2): 83-107
- [3] Blum A, Mitchell T. Combining labeled and unlabeled data with co-training//Proceedings of the 11th Annual Conference on Computational Learning Theory. Madison, USA, 1998: 92-100
- [4] Xu J, Ren Y, Li G, et al. Deep embedded multi-view clustering with collaborative training. Information Sciences, 2021, 573: 279-290
- [5] De Sa V R, Gallagher P W, Lewis J M, et al. Multi-view kernel construction. Machine Learning, 2010, 79(1-2): 47-71
- [6] Zhou S, Zhu E, Liu X, et al. Subspace segmentation-based robust multiple kernel clustering. Information Fusion, 2020, 53(2): 145-154
- [7] Chaudhuri K, Kakade S M, Livescu K, et al. Multi-view clustering via canonical correlation analysis//Proceedings of the 26th Annual International Conference on Machine Learning. Montreal, Canada, 2009: 129-136
- [8] Spielman D. Spectral graph theory. Combinatorial Scientific Computing, 2012, 18(1): 18
- [9] Xie Sheng-Li, Chen Hong-Da, Gao Jun-Li, et al. Deep multi-view clustering based on distribution aligned variational autoencoder. Chinese Journal of Computers, 2023, 46(5): 945-959  
(谢胜利, 陈泓达, 高军礼等. 基于分布对齐变分自编码器的深度多视图聚类. 计算机学报, 2023, 46(5): 945-959)
- [10] Liu B Y, Huang L, Wang C D, et al. Multi-view consensus proximity learning for clustering. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 2020, 34(7): 3405-3417
- [11] Zhan K, Chang X, Guan J, et al. Adaptive structure discovery for multimedia analysis using multiple features. IEEE Transactions on Cybernetics, 2018, 49(5): 1826-1834
- [12] Zhuge W, Nie F, Hou C, et al. Unsupervised single and multiple views feature extraction with structured graph. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 2017, 29(10): 2347-2359
- [13] Nie F, Cai G, Li J, et al. Auto-weighted multi-view learning for image clustering and semi-supervised classification. IEEE Transactions on Image Processing, 2017, 27(3): 1501-1511
- [14] Liang Y, Huang D, Wang C D. Consistency meets inconsistency: a unified graph learning framework for multi-view clustering//Proceedings of the 2019 IEEE International Conference on Data Mining (ICDM). Beijing, China, 2019: 1204-1209
- [15] Meng L, Tan A H, Xu D. Semi-supervised heterogeneous fusion for multimedia data co-clustering. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 2013, 26(9): 2293-2306
- [16] Xu J, Ren Y, Tang H, et al. Self-supervised discriminative feature learning for deep multi-view clustering. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 2022, 35(7): 7470-7482
- [17] Hu Shi-Zhe, Lou Zheng-Zheng, Wang Ruo-Bin, et al. A dual-weighted multi-view clustering method. Chinese Journal of Computers, 2020, 43(9): 1708-1720  
(胡世哲, 娄铮铮, 王若彬等. 一种多重加权的多视角聚类方法. 计算机学报, 2020, 43(9): 1708-1720)
- [18] Niu D, Dy J G, Jordan M I. Multiple non-redundant spectral clustering views//Proceedings of the 27th International Conference on Machine Learning (ICML-10). Madison, USA, 2010: 831-838
- [19] Nie F, Li J, Li X. Parameter-free auto-weighted multiple graph learning: a framework for multiview clustering and semi-supervised classification//Proceedings of the 26th International Joint Conference on Artificial Intelligence. New York, USA, 2016: 1881-1887
- [20] Nie F, Li J, Li X. Self-weighted multiview clustering with multiple graphs//Proceedings of the 26th International Joint Conference on Artificial Intelligence. Melbourne, Australia, 2017: 2564-2570
- [21] Wang H, Yang Y, Liu B, et al. A study of graph-based system for multi-view clustering. Knowledge-Based Systems, 2019, 163: 1009-1019
- [22] Li X, Zhang H, Wang R, et al. Multiview clustering: A scalable and parameter-free bipartite graph fusion method. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2020, 44(1): 330-344
- [23] Wang H, Yang Y, Liu B. GMC: Graph-based multi-view clustering. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 2019, 32(6): 1116-1129
- [24] Zhan K, Zhang C, Guan J, et al. Graph learning for multiview clustering. IEEE Transactions on Cybernetics, 2017, 48(10): 2887-2895
- [25] Zhan K, Niu C, Chen C, et al. Graph structure fusion for multiview clustering. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 2018, 31(10): 1984-1993
- [26] Zhan K, Nie F, Wang J, et al. Multiview consensus graph clustering. IEEE Transactions on Image Processing, 2018, 28(3): 1261-1270
- [27] Mohar B, Alavi Y, Chartrand G, et al. The Laplacian spectrum of graphs. Graph Theory Combinatorics, and Applications, 1991, 2(871-898): 12
- [28] Dhillon I S. Co-clustering documents and words using bipartite spectral graph partitioning//Proceedings of the 7th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. Francisco, USA, 2001: 269-274
- [29] Nie F, Wang X, Jordan M, et al. The constrained laplacian rank algorithm for graph-based clustering//Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence. Phoenix Arizona, USA, 2016: 1969-1976
- [30] Kang Z, Lin Z, Zhu X, et al. Structured graph learning for scalable subspace clustering: from single view to multiview. IEEE Transactions on Cybernetics, 2021, 52(9): 8976-8986
- [31] Ke G, Hong Z, Zeng Z, et al. CONAN: contrastive fusion networks for multi-view clustering//Proceedings of the 2021 IEEE International Conference on Big Data (Big Data). Orlando, USA, 2021: 653-660



**Ji Xia**, Ph.D., associate professor. Her research interests include artificial intelligence, machine learning, and intelligent information processing.

**Shi Ming-Yuan**, M.S., his research interests include multi-view clustering and intelligent information processing.

**Zhou Peng**, Ph.D., associate professor. His research interests include machine learning, data mining, and artificial intelligence.

**Yao Sheng**, Ph.D., lecturer. Her research interests include big data and concept cognition.

## Background

The problem studied in this paper belongs to the clustering problem in machine learning, and the direction is multi-view clustering. Compared with single view, multi-view clustering can obtain more comprehensive information about objects, which is a very important field in machine learning. In recent years, multi-view clustering has produced many research results, which can be roughly divided into collaborative learning, multi-kernel learning, multi-view subspace clustering and graph-based multi-view clustering, etc.

Graph-based multi-view clustering has achieved great research progress in recent years. However, most of the existing methods learn the similarity graph from the original data of each view in isolation, and keep the similarity graph unchanged in the subsequent graph fusion process, resulting in the similarity graph inevitably containing noise and redundant information, which seriously affects the final clustering quality. At the same time, the existing multi-view clustering process also lacks comprehensive consideration of the consistency and inconsistency between views, which will also affect the final clustering performance. Aiming at the above problems, this paper proposes a new multi-view clustering method based on joint optimization of adaptive similarity graphs. This method combines the similarity graph

improvement process with the graph fusion process for adaptive iterative optimization, and continuously strengthens the consistency between views and weakens the inconsistency between views during iterative optimization, effectively solve the problems in the above-mentioned graph-based multi-view clustering methods, and a large number of experiments have also verified the effectiveness and superiority of the method.

The project of this research is the key project of the Natural Science Foundation of Higher Education in Anhui Province “Research on Robust Fusion of Multimodal Data Based on Rough Sets and Multi-objective Optimization”. Multimodal data fusion is a core research field of big data analysis. However, there are serious robustness problems in multimodal data fusion that have not been resolved. Therefore, this project’s research on how to improve the robustness of multimodal data fusion models has important theoretical and practical application value. This paper studies the noise problem of the original data and its intermediate similarity graph model in multi-view data clustering fusion. Through the joint optimization of adaptive similarity graph reconstruction and similarity graph fusion, the effect of multi-modal data fusion and its robustness are effectively improved.